1. *Material Preliminar (Repaso e Introducción).*

1.0. Operaciones con Números complejos

Coordenadas : Cartesianas y polares

Coodenadas cartesianas — Coordenadas polares

$$12 + j5 = 13\, e^{j0.39} = \sqrt{12^2 + 5^2}\; e^{j \tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)}$$

parte real — parte imaginaria — magnitud — argumento

$$\text{Fórmula de Euler}: \boxed{e^{j\theta} = Cos\theta + j\,Sen\theta}$$

Suma algebraica: Es más fácil sumar o restar complejos en coordenadas cartesianas.

$$\boxed{(a + jb) + (v + jw) = (a + v) + j(b + w)}$$

Producto/Cociente: Es más fácil realizar las multiplicaciones en coordenadas polares.

$$\boxed{re^{j\theta} . ue^{j\omega} = (ru)e^{j(\theta+\omega)}} \qquad \boxed{\frac{re^{j\theta}}{ue^{j\omega}} = \frac{r}{u} e^{j(\theta-\omega)}}$$

1.1 . Fasor

Según la fórmula de Euler:

$$\boxed{e^{j\omega} = Cos(\omega) + jSen(\omega) \Rightarrow Cos(\omega) = \mathrm{Re}[e^{j\omega}]}$$

Una señal senoidal (corriente, caudal, temperatura, etc.) se puede representar utilizando el formato de número complejo:

$$v(t) = \sqrt{2}\, r\, Cos(\omega t + \theta) = \sqrt{2}\, r\ \mathrm{Re}[e^{j(\omega t + \theta)}] = \mathrm{Re}[(re^{j\theta})(\sqrt{2}\, e^{j\omega t})]$$

La ventaja de esto se puede ver si necesitamos sumar dos señales senoidales, en cuyo caso tendremos:

$$v_1(t) = 3\sqrt{2}\ Cos(\omega t + \frac{\pi}{6}) \qquad v_2(t) = 5\sqrt{2}\ Cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$$

$$v_1(t) = 3\sqrt{2}\ Cos(\omega t + \frac{\pi}{6}) = \mathrm{Re}[(3e^{j\frac{\pi}{6}})(\sqrt{2}\, e^{j\omega t})]$$

$$v_2(t) = 5\sqrt{2}\ Cos(\omega t - \frac{\pi}{4}) = \mathrm{Re}[(5e^{-j\frac{\pi}{4}})(\sqrt{2}\, e^{j\omega t})]$$

Nótese que factor complejo del tiempo:

$$\sqrt{2}\ e^{j\omega t}$$

Aparece en todas las expresiones. Si representamos v1(t) y v2(t) por los números complejos o **fasores:**

$$v_1(t) + v_2(t) = \mathrm{Re}[(3e^{j\frac{\pi}{6}} + 5e^{-j\frac{\pi}{4}})(\sqrt{2}\ e^{j\omega t})]$$
$$= 6.47\sqrt{2}\, Cos(\omega t - 0.32)$$

$$V_1 = 3e^{j\frac{\pi}{6}} \text{ representando } v_1(t) = 3\sqrt{2}\, Cos(\omega t + \frac{\pi}{6})$$

$$V_2 = 5e^{-j\frac{\pi}{4}} \text{ representando } v_2(t) = 5\sqrt{2}\, Cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$$

Entonces la representación fasorial para v1(t) + v2(t) será:

$$V_1 + V_2 = 3e^{j\frac{\pi}{6}} + 5e^{-j\frac{\pi}{4}} = 6.47e^{-j0.32} \ \text{ representa a } v_1(t) + v_2(t) = 6.47\sqrt{2}\, Cos(\omega t - 0.32)$$

Por fórmula de Euler:

$$3e^{j\frac{\pi}{6}} + 5e^{-j\frac{\pi}{4}} = 3[\cos(\frac{\pi}{6}) + jSen(\frac{\pi}{6})] + 5[\cos(-\frac{\pi}{4}) + jSen(-\frac{\pi}{4})] =$$
$$6.14 - j2.03 = 6.47e^{-j0.32}$$

Utilizando fasores, una señal alterna variable en el tiempo:

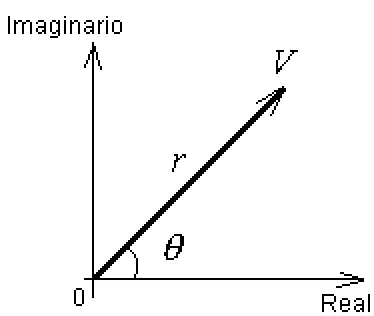
$$v(t) = \sqrt{2}\, rCos(\omega t + \theta) = \mathrm{Re}[(re^{j\theta})(\sqrt{2}\, e^{j\omega t})]$$

Se convierte en un simple número complejo invariante en el tiempo:

$$V = re^{j\theta} = r\angle\theta$$

$$r = |V| = magnitud\,/\,módulo\ de\ V = valor\ r.m.s.\ de\ v(t)$$
$$\theta = Arg[V] = fase\ de\ V$$

Gráficamente o en un diagrama fasorial:



Utilizando fasores, toda cantidad alterna (ac) variable en el tiempo se vuelve una cantidad compleja (dc) y todas las técnicas de análisis de circuitos de continua pueden ser empleadas para circuitos de ac sin modificaciones sustanciales.

2.0 Ecuaciones Diferenciales lineales

Solución General:

Ecuación diferencial lineal de orden n	$\frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}x(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 x(t) = u(t)$
Solución general	$x(t) = x_{SS}(t) + x_{tr}(t)$
Respuesta en estado estacionario con constantes no arbitrarias	$x_{ss}(t) =$ **integral particular obtenida asumiendo que la solución tiene la misma forma de** $u(t)$
Respuesta transitoria con n constantes arbitrarias	$x_{tr}(t) =$ solución general de la ecuación homogénea $\frac{d^n x_{tr}(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}x_{tr}(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 x_{tr}(t) = 0$

Solución general de la ecuación homogénea:

Ecuación lineal homogénea de orden n	$\frac{d^n x_{tr}(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}x_{tr}(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 x_{tr}(t) = 0$
Raíces del polinomio a partir de la ecuación homogénea	*Raíces :* $z_1, \ldots, z_n$ dadas por: $(z - z_1)\cdots(z - z_n) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \ldots + a_0$
Solución general (Raíces distíntas)	$x_{tr}(t) = k_1 e^{z_1 t} + \cdots + k_n e^{z_n t}$
Solución general (Raíces repetidas)	$x_{tr}(t) = (k_1 + k_2 t + k_3 t^2)e^{13t} + (k_4 + k_5 t)e^{22t} + k_6 e^{31t} + k_6 e^{41t}$

Integral particular

$x_{ss}(t)$	Cualquier solución especifica(con constantes no arbitrarias) de: $\frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}x(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 x(t) = u(t)$
Metodo para determinar $x_{ss}(t)$	Técnica de prueba y error: suponiendo que xss(t) tiene la misma forma que u(t) y, sustituir en la ecuación diferencial
Ejemplo: hallar $x_{ss}(t)$ **de** $\frac{dx(t)}{dt} + 2x(t) = e^{3t}$	**Suponer una solución del tipo:** he^{3t} $\frac{dx(t)}{dt} + 2x(t) = e^{3t} \Rightarrow 3he^{3t} + 2he^{3t} = e^{3t} \Rightarrow h = 0.2$ $x_{ss}(t) = 0.2e^{3t}$
Soluciones estándard para probar	$u(t)$ — Prueba de solución para $x_{ss}(t)$ $e^{\alpha t}$ — $he^{\alpha t}$ t — ht $te^{\alpha t}$ — $(h_1 + h_2 t)e^{\alpha t}$ $a\cos(\omega t) + bSen(\omega t)$ — $h_1\cos(\omega t) + h_2 Sen(\omega t)$

3.0 ¿Qué es el análisis transitorio?

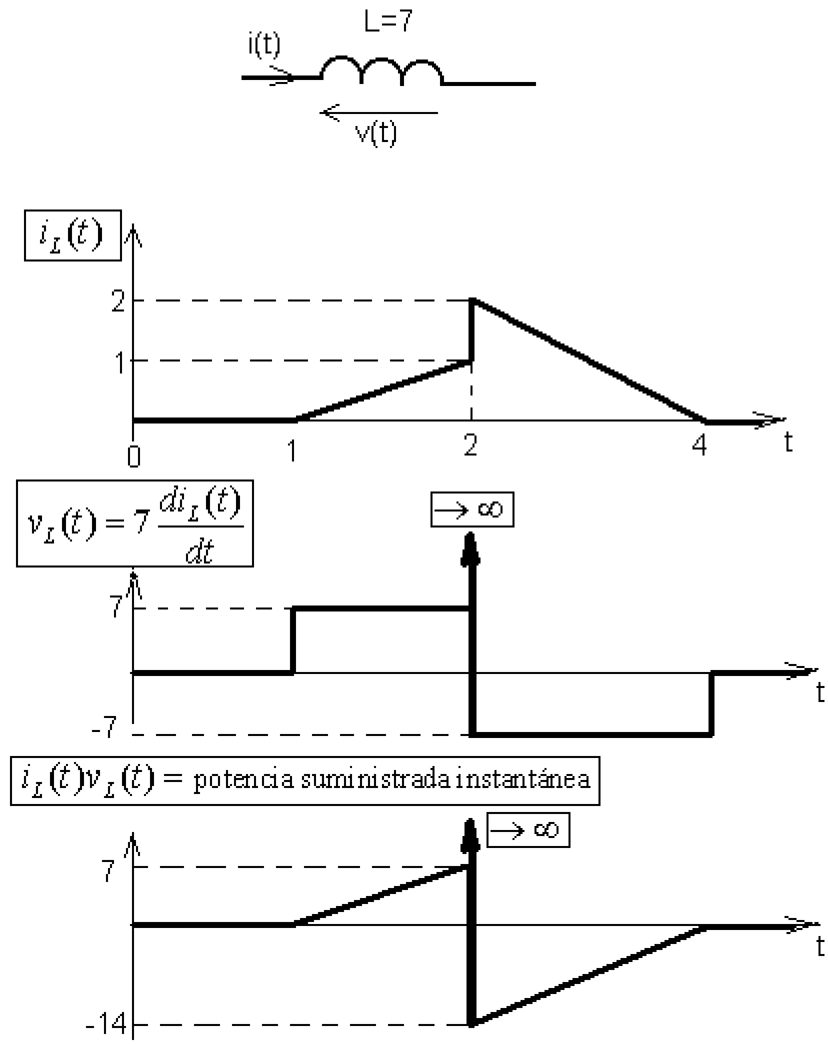
El análisis de sistemas de CC y CA utilizando la técnica del dominio frecuencial se conoce frecuentemente como análisis en **estado estacionario,** ya que las señales se suponen que existen en todo tiempo.

Para que los resultados obtenidos del referido análisis sean válidos, es necesario que el sistema esté trabajando por un periodo considerable de tiempo. Esto asegura que todos los transitorios causados por la conmutación o encendido de fuentes se amortigüen, el sistema está trabajando en estado estacionario y todas las señales son como si existieran en todo tiempo.

Sin embargo, cuando el sistema se conecta , el mismo no se encuentra en estacionario y es necesario volver hacia atrás hacia los primeros principios para determinar el comportamiento del sistema. Este proceso se conoce ***análisis transitorio.***

4.1 Continuidad de la corriente en un inductor.

A los fines de determinar las constantes de la respuesta transitoria de circuitos con inductores, debe considerarse el concepto de ***Continuidad de la corriente para un inductor.***
Consideremos el siguiente ejemplo:



Debido al cambio escalón o discontinuidad en $i_L(t)$ en t=2, la potencia suministrada al inductor en t=2 tiende a infinito. Como es imposible para un sistema cualquiera entregar una potencia infinita en ningún instante de tiempo, es imposible que la corriente en el inductor cambie en la manera indicada.

En general, **la corriente a través de un inductor debe ser una función continua del tiempo** y no puede cambiar en forma escalón.

4.2 Continuidad de la tensión en un capacitor.

Realizar un análisis similar al del inductor pero aplicando al capacitor una tensión con la forma de onda del caso 4.1
La tensión a través de un capacitor C debe ser continua en el tiempo y no puede cambiar en forma escalón.

5. Revisión sobre Transformada de Laplace.

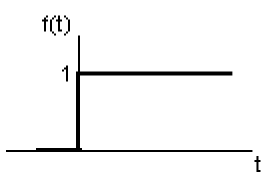
La transformada de Laplace permite resolver las ecuaciones diferenciales en forma algebraica. Con ella se puede:

- Calcular las propiedades o características de diferentes sistemas.
- Es fácil simplificar sistemas que están compuestos de varias partes.
- Las propiedades o características de sistemas lineales en el dominio frecuencial se pueden encontrar con facilidad.

En forma resumida la transformada de Laplace para una función del tiempo f(t) que es cero para t< 0, está dada por:

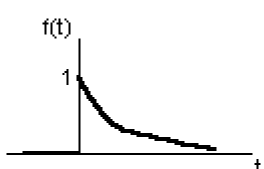
$$F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$$

Ejemplos:
Escalón unitario: f(t) = 1 , para t>0 y f(t) =0, para t <0



$$; \quad \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt = \int_0^\infty e^{-st}dt = -\frac{1}{s}e^{-st}\Big|_0^\infty = \frac{1}{s}$$

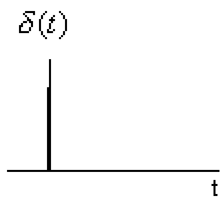
Función exponencial:



$$; \quad F(s) = \int_0^\infty e^{-at}e^{-st}dt = \int_0^\infty e^{-(a+s)t}dt = \frac{1}{s+a}$$

$f(t) = e^{-at}$, 1 para t $\rangle$ 0 y, 0 para t$\langle$0

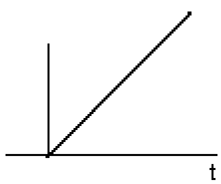
Función impulso:



$f(t) = \delta(t)$

; $$F(s) = \int_0^\infty \delta(t)\, e^{-st}\, dt = 1$$

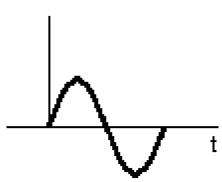
Función rampa:



$f(t) = t$

; $$F(s) = \int_0^\infty t\, e^{-st}\, dt = \frac{1}{s^2}$$

Función senoidal:



$f(t) = a\, Sen\, \omega t$

; $$F(s) = \int_0^\infty a\, Sen\, \omega t\, e^{-st}\, dt = \frac{a\omega}{s^2 + \omega^2}$$

Como veremos en el curso estas señales son de suma importancia para el análisis de sistemas.

Propiedades útiles de la Transformada de Laplace:

Superposición:

$$L\left\{ a f_1(t) + b f_2(t) \right\} = a F_1(s) + b F_2(s)$$

Retraso (tiempo muerto):

$$L\{f(t-L)\} = F(s)e^{-sL}$$

Derivación en el tiempo:

$$L\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)$$
$$L\left\{\frac{d^2 f(t)}{dt^2}\right\} = s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$$

Integración en el tiempo:

$$L\left\{\int_0^t f(t)dt\right\} = \frac{1}{s}F(s)$$

Relación unívoca:

$$f(t) \Leftrightarrow F(s)$$

Teorema del valor inicial:

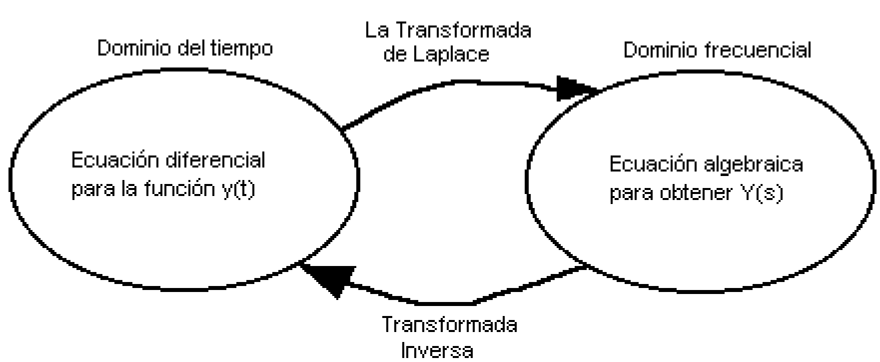
$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} sF(s)$$

Teorema del valor final:

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sF(s)$$

Amortiguamiento:

$$L\left\{f(t)e^{-at}\right\} = F(s+a)$$



Resolver Y(s), para luego antitransformar, mediante la transformada inversa de Laplace:

$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} F(s)e^{st}ds$$

Resulta en general bastante tedioso realizar la inversión mediante la expresión anterior, ya que se debe resolver una integral impropia. En muchos casos se puede antitransformar descomponiendo F(s) en fracciones parciales.

Inversión de la Transformada de Laplace.

La mayoría de las aplicaciones de la transformada de Laplace involucran una función del tipo:

$$Y(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$$

Donde P y Q son polinomios que no tienen factores comunes. La inversa de Y(s) se obtiene utilizando una representación en fracciones simples y utilizando la tabla común de transformadas inversas y sus propiedades.

I. Raíces reales y distintas.

$$Y(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)}$$

$$Y(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{k_1}{(s+p_1)} + \frac{k_2}{(s+p_2)} + \cdots + \frac{k_n}{(s+p_n)}$$

$$k_j = (s+p_j)F(s)\Big|_{s=-p_j}$$

Realizar, luego, la transformada inversa:

$$\boxed{L^{-1}\left[\frac{k}{s+a}\right] = ke^{-at}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f(t) = k_1 e^{-p_1 t} + k_2 e^{-p_2 t} + \cdots + k_j e^{-p_j t}}$$

Luego cada término se antitransforma en forma simple, como se indica precedentemente.

II. Raíces repetidas

$$F(s)=\frac{k_n}{(s+p)^n}+\frac{k_{n-1}}{(s+p)^{n-1}}+\cdots+\frac{k_1}{s+p}+F_1(s)$$

De la expresión anterior, y mediante el teorema de los residuos solo se puede hallar el primer término:

$$k_n=(s+p)^n F(s)\Big|_{s=-p}$$

La primera derivada en el dominio “s” nos da:

$$k_{n-1}=\frac{d}{ds}\left[(s+p)^n F(s)\right]\Big|_{s=-p}$$

El término m-ésimo se obtiene de:

$$k_{n-m}=\frac{1}{m!}\frac{d^m}{ds^m}\left[(s+p)^n F(s)\right]\Big|_{s=-p}$$

Para obtener la inversa del término genérico, hacemos:

$$\boxed{L^{-1}\left[\frac{1}{(s+a)^n}\right]=\frac{t^{n-1}e^{-at}}{(n-1)!}}$$

Incluyendo todos los términos:

$$f(t) = k_1 e^{-pt} + k_2 t e^{-pt} + \frac{k_3}{2!} t^2 e^{-pt} + \cdots + \frac{k_n}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-pt} + f_1(t)$$

6. Revisión de Algebra Matricial

$$Suma \quad (2\times 2): \quad \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+1 & b+2 \\ c+3 & d+4 \end{bmatrix}$$

$$Multiplicación\,(2\times 2): \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1a+3b \\ 1c+3d \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1a+3b & 2a+3b \\ 1c+3d & 2c+3d \end{bmatrix}$$

$$\text{Determinante } (2\times 2): \quad \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

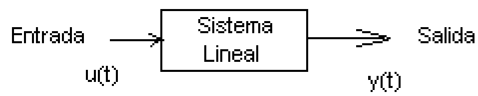
$$Inversa\,(2\times 2): \quad \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}}{ad-bc}$$

$$Ecuación\ Lineal\ (2\times 2): \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}}{ad-bc} = \frac{\begin{bmatrix} 1d-2b \\ -1c+2a \end{bmatrix}}{ad-bc}$$

7.- Función de transferencia y función de peso.

La relación que existe entre una señal de entrada y una señal de salida de una transformada en sistemas lineales, donde tanto los valores iniciales como sus derivadas son iguales a cero.



$$u(0)=\dot{u}(0)=\cdots=y(0)=\dot{y}(0)=\cdots=0$$

Se llama función de transferencia. Es decir:

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}$$

La respuesta al impulso unitario, es decir, la señal de entrada es igual a uno:

$$U(s)=1$$

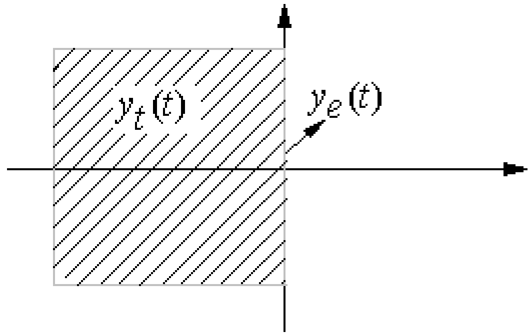
Nos da la función de peso:

$$Y(s)=G(s).U(s)=G(s)$$

Solución transitoria y estacionaria.
Cuando se transforma inversamente la señal de salida de una función transferencia, se obtienen las soluciones transitoria y estacionaria de esa señal. En forma general para sistemas estables, la función de salida es:

$$y(t)=\sum A_k e^{-p_k t}=\sum_{\mathrm{Re}(p_k)<0} A_k e^{-p_k t}+\sum_{\mathrm{Re}(p_k)=0} A_k e^{-p_k t}=y_t(t)+y_e(t)$$

En forma gráfica se muestra en la figura siguiente:



Ahora si un sistema lineal con una función de frecuencia G(jw) se expone a una señal de entrada senoidal **u(t)= ASenwt**, la señal de salida estacionaria, bajo la condición que la función transferencia **G(s)** tenga todos los polos en la parte izquierda del plano, será:

$$y_e(t) = A.\left|G(j\omega)\right|.Sen[(\omega t + \angle G(j\omega)]$$

Donde:

$$G(j\omega) = \left|G(j\omega)\right|.e^{j\angle G(j\omega)} = \left|G(j\omega)\right|[Cos\angle G(j\omega) + jSen\angle G(j\omega)]$$

Continuaremos con este tema, más adelante, cuando se traten los procesos en el campo frecuencial.

8. Linealización de sistemas no lineales

Como ya se mencionó en el método de análisis basado en la transformada de Laplace se prefieren los sistemas lineales e invariantes en el tiempo (LTI). Tomando en cuenta que debido a su naturaleza y a las muchas aplicaciones técnicas que existen hay una inmensidad de sistemas no lineales, cabe preguntarse las razones por la que una parte limitada, como los sistemas lineales, llega a ocupar tanto espacio; entre ellas están:

- Porque los sistemas lineales son, por lo general, manejables; matemáticamente hablando son elegantes, además se han desarrollado muchas teorías que estudian los sistemas lineales en muchos aspectos posibles. Las herramientas matemáticas que existen para la manipulación de sistemas no lineales son a veces incomprensibles y no generales. Las soluciones son muy a menudo de carácter aproximado.
- En esencia, la ingeniería de control regula las variables del sistema, es decir, se mantienen dentro de un margen de tolerancia. Una pequeña zona de variación proporciona una aproximación lineal, de un sistema no lineal y por lo general está en una exactitud lo suficientemente acertada cuando se hacen análisis y cálculos matemáticos.

Metodología para la linealización de sistemas no lineales.

Para poder linealizar se parte de que tanto la función como su primera derivada son continuas. Esto hace que los sistemas a base de relé(por ejemplo) queden fuera del análisis .
Sea la función :

$$y = f(u)$$

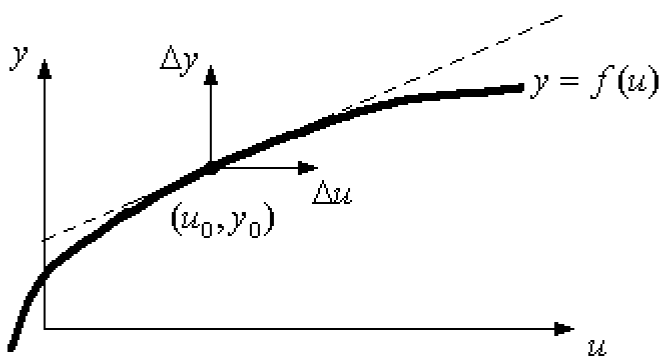
Se busca el punto de trabajo (operación en estacionario) :

$$(u_o, y_o)$$

y se tienen en cuenta las desviaciones que se puedan tener en el punto de trabajo:

$$y(t) = y_0 + \Delta y(t) \qquad u(t) = u_0 + \Delta u(t)$$

El cálculo de Δy(t) y de Δu(t) en lugar de las variables originales se puede tomar como una transformación de las coordenadas , donde el origen ha sido movido al punto de trabajo, como se indica a continuación:



Sistemas de coordenadas para una relación no lineal

Dado que linealizar una expresión no lineal, es formalmente una serie de Taylor de primer grado validada en el punto de trabajo:

$$y = f(u) = f(u_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{u_0} \Delta u + R(\Delta u)$$

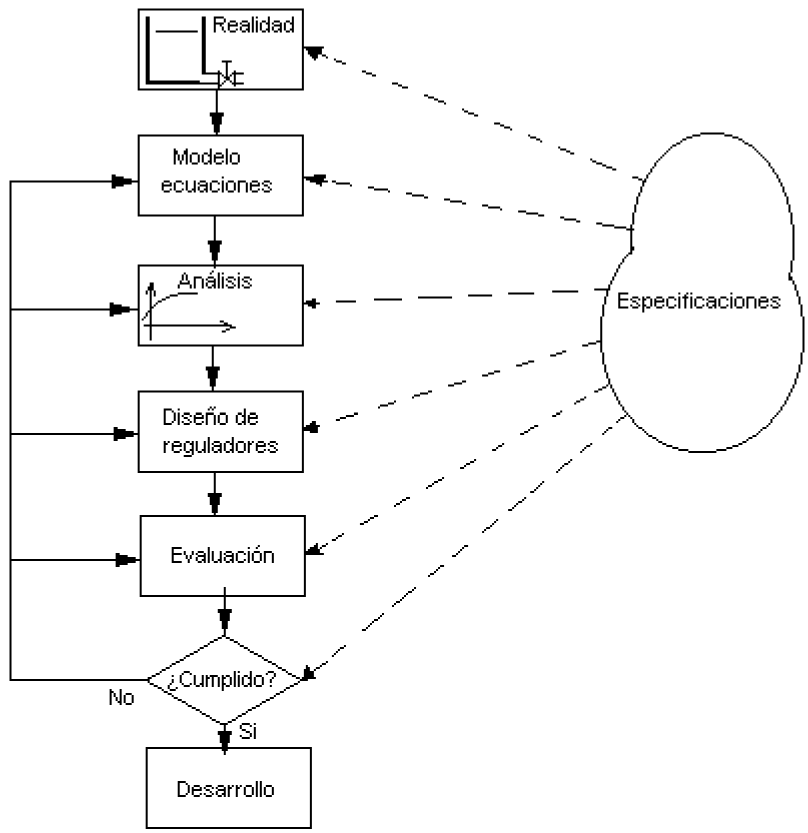
$$y - f(u_0) = \Delta y$$

Y tomando en cuanta que si la aproximación
es muy pequeña, el residuo tenderá a cero, lo que da
como resultado :

$$\Delta y(t) = \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{u_0} \Delta u(t) = k\Delta u(t)$$

Esto representa una recta en el plano en las inmediaciones del punto de trabajo.

Metodología de trabajo de la Ingeniería de Control.



Como en todo hay un principio y un fin, la ingeniería de control no es la excepción. Por lo que el propósito de un ingeniero en control es poder controlar y regular diferentes procesos y sistemas, un método de trabajo queda más claro con el esquema precedente.
Dadas ciertas especificaciones y partiendo de la realidad, lo primero a realizar es un modelo matemático que se ajuste a ella y cumpla con los objetivos previamente especificados.
Este modelo se basa en leyes físicas y se presenta basado en ecuaciones dinámicas.
Con el modelo correspondiente, se puede llevar a cabo el análisis del sistema y gracias a este análisis se puede dimensionar un regulador que cumpla con las especificaciones dadas.
El sistema de control se evalúa. Algunas veces surgen problemas y se hace necesario regresar para ver si se escribió de forma demasiado sencilla su comportamiento físico, si, no se olvidó algo en el análisis o si se dimensionó el regulador inadecuado.
Ya que de forma analítica se llegó al resultado, lo mejor es ponerlo en marcha

Clasificación de Sistemas.

Los sistemas se clasifican de acuerdo a su tipo, ya sea por sus leyes físicas o propiedades
De acuerdo con sus leyes físicas éstos pueden ser:

- **Mecánicos.** Masas, resortes, amortiguadores, motores, levas, poleas y otras partes mecánicas son sistemas que trabajan bajo las leyes de Newton.
- **Eléctricos.** Las resistencias, inductancias, capacitores son parte intrínseca de este tipo de sistemas, por no mencionar los diodos, transistores, tiristores, y otros componentes.. Para el análisis de estos sistemas, por lo general se utiliza la ley de Ohm, Faraday, Kirchoff, etc.
- **Térmicos.** Los sistemas que tienen como propósito el calentamiento, enfriamiento, niveles de temperatura pertenecen a esta clasificación. Para su análisis se utilizan las leyes de conservación de la energía.
- **Fluidos.** Los sistemas que involucran líquidos y gases, trabajan de acuerdo a las leyes de Gay-Loussac, Boyle-Mariotte. La ley de Bernoulli, donde el fluido está en interacción con la velocidad de éste, las propiedades de los tubos o mangueras, etc.
- **Sociales.** Sistemas tales como la densidad de población, el crecimiento económico de un país, la ecología y otros caen dentro de esta clasificación. La ley de la oferta y la demanda de Adam Smith, por ejemplo, se utiliza para el análisis de estos sistemas.
- **Mezcla de sistemas.** La interacción entre diferentes tipos de sistemas son muy comunes, tenemos sistemas de calentamiento de fluidos, sistemas electromecánicos, y otros.

Puesto que la ingeniería de control consiste en usar métodos que nos permiten aplicar los sistemas de manera independiente a su característica física, la clasificación anteriormente mencionada es de poca importancia.
Desde el punto de vista de la ingeniería de control es más importante clasificar los sistemas de acuerdo con sus propiedades; es decir, de acuerdo con el carácter de las señales de entrada y salida . Debido a esto su clasificación puede ser:

- **Estáticos/Dinámicos**. En los sistemas estáticos la relación entre las señales de entrada y salida son independientes del tiempo. Mientras en un sistema dinámico el tiempo es un factor que es parte de las señales de entrada y salida.
- **Lineal/No lineal**. En el primero las variables y sus derivadas son parte de una expresión en donde no existen multiplicaciones de variables, ni funciones trigonométricas; por ejemplo de las señales de entrada y salida. Mientras que en los sistemas no lineales hay expresiones trascendentes de cualquier tipo de las variables de entrada y salida en forma no lineal.
- **Invariables/Variables en el tiempo.** En los sistemas invariantes en el tiempo los parámetros del sistema son constantes y no dependen del tiempo. Si algún o algunos parámetros varían de acuerdo con una función del tiempo se llaman sistemas variables en el tiempo.
- **Monovariable/Multivariable.** Un sistema se llama monovariable (SISO = *single input / single output*) si tiene una sola señal de entrada y una sola señal de salida. Es multivariable(MIMO = *multi input / multi output*), MISO= multi input / single output, SIMO = single input / multi output, si tiene más de una señal de entrada o de salida o de ambas.
- **Parámetros concentrados/Distribuidos.** Un sistema tiene parámetros concentrados (*lumped parameters*) si sus estados físicos (velocidad, temperatura, etc.) son

generales para la mayoría de las partes, este tipo de sistemas se describen normalmente con ecuaciones diferenciales ordinarias. Si sus estados físicos varían en el espacio se les llama sistemas de parámetros distribuidos (*distributed parameters*). Su descripción matemática es normalmente a través de ecuaciones diferenciales parciales.

- **Continuos/Discretos.** Los sistemas son continuos cuando en las relaciones dinámicas el tiempo es una variable continua y las señales de entrada y salida pueden ser definidas sobre el eje del tiempo. En los sistemas de eventos discretos o de muestreo (*time discrete systems, sampled data syst*ems)se cambia los valores de las variables solamente un cierto número preestablecido de veces(número de muestras o mediciones) Casi siempre el intervalo entre cada medición es constante. La relación de las señales que en un sistema continuo se describe con ecuaciones diferenciales, cambia en un sistema de eventos discretos a ecuaciones de diferencia. El estudio de eventos discretos(digitales) ha tenido gran auge gracias al uso de las computadoras.
- **Determinísticos/estocásticos.** En los primeros el punto de partida es que se conocen las señales y los parámetros del sistema. Si hay variaciones aleatorias en las señales o en las propiedades del sistema se le llama sistema estocástico.

En nuestro curso trataremos con sistemas lineales, invariantes en el tiempo(LTI) de parámetros concentrados y de tiempo continuo

Modelos Matemáticos y sus Aproximaciones.

La relación que existe entre las señales de entrada y salida se puede tomar como un modelo matemático que corresponde a un sistema. El llevar a cabo un modelo matemático sobre una realidad física complicada es una tarea que requiere un gran trabajo del conocimiento de ingeniería (sobre todo de física y matemática), experiencia e intuición. Así pues, se requiere lo siguiente:

- ♦ El modelo matemático que describe el sistema debe ser lo suficientemente exacto para que el error esté dentro de los márgenes aceptados y de sus aplicaciones.

- ♦ El modelo matemático debe ser sencillo y con un panorama amplio del sistema, que permita un trabajo analítico efectivo y una correcta interpretación de los resultados del análisis.

Para satisfacer estos requerimientos, se deben omitir ciertas partes de la apariencia física; es decir, hacer ciertas aproximaciones al trabajar el modelo matemático.

Estas aproximaciones pueden llevar a una estructura del sistema que cambia de una forma complicada a una sencilla y con ello, de acuerdo con la clasificación anterior, se concluye que:

- Un sistema dinámico se vuelve estático.
- Uno no lineal se aproxima a uno lineal (linealización).
- Un sistema multivariable se convierte en uno de variables sencillas.
- Un sistema de parámetros distribuidos se aproxima a uno de parámetros concentrados.
- Un sistema de eventos discretos se transforma en uno de tiempo continuo.

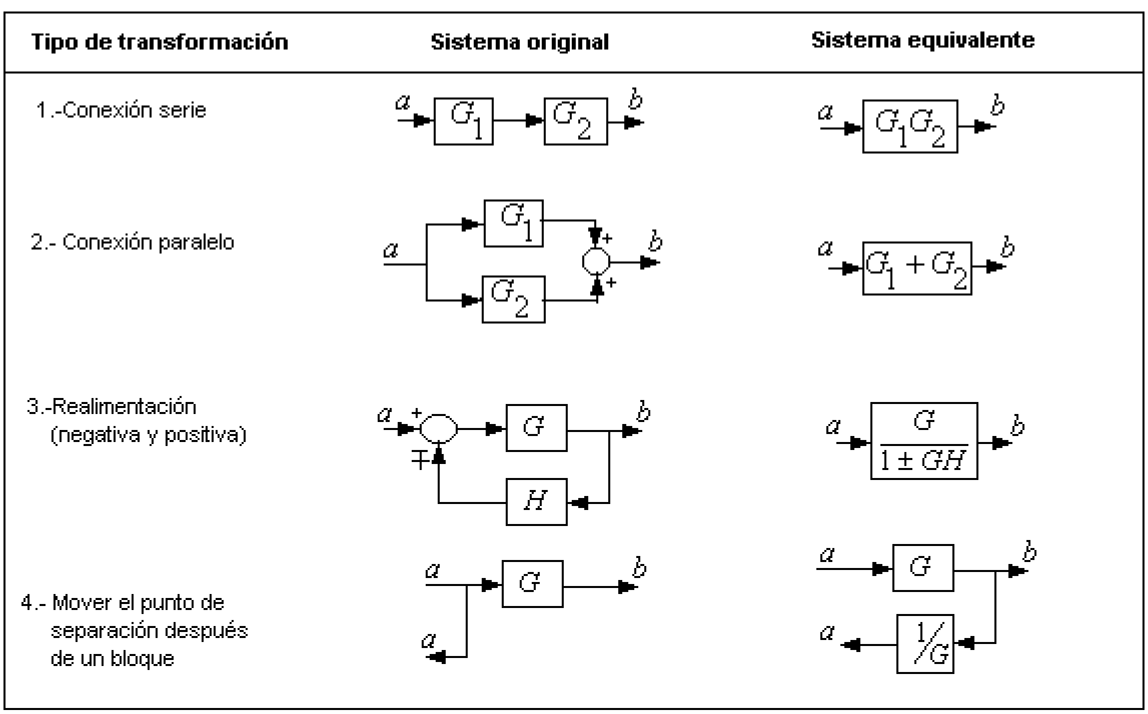
- Un sistema estocástico se puede aproximar a un sistema determinístico.

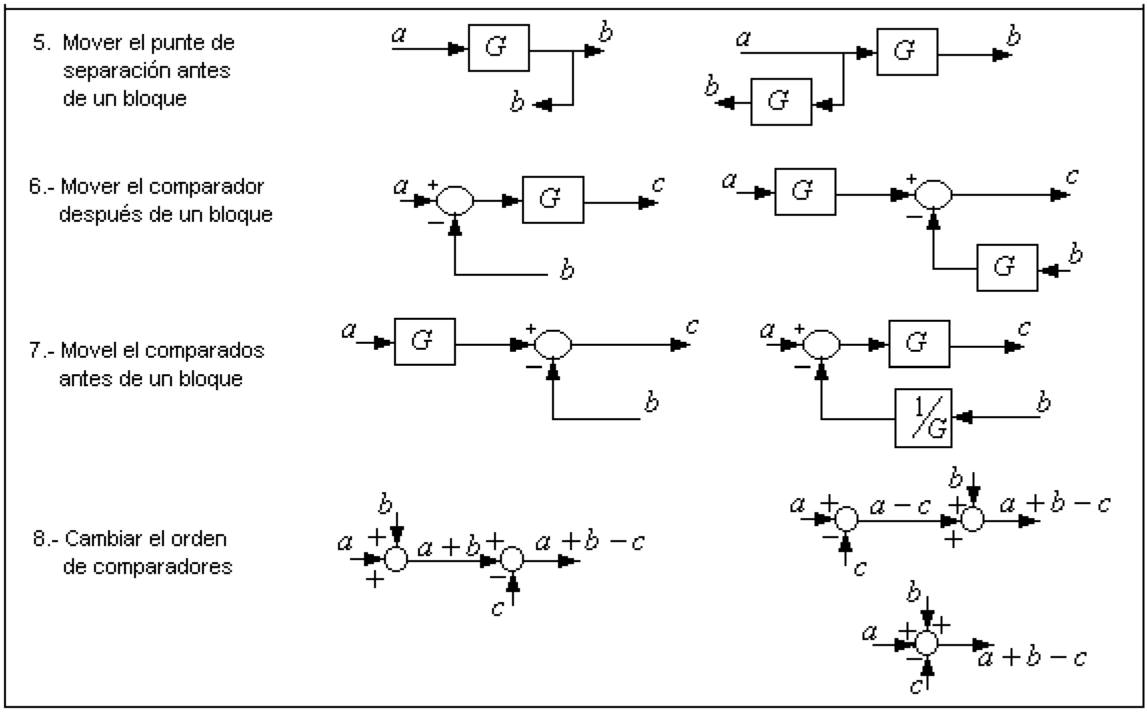
En el caso de sistemas de gran magnitud, que en general son de naturaleza complicada, el trabajo de modelado puede ser muy difícil y toma mucho tiempo, esto puede solucionarse midiendo y registrando las señales de entrada y salida, entonces con la evolución de estos datos se llega a un modelo matemático del sistema en cuestión. Este proceso se llama *identificación de sistemas*, el cual veremos oportunamente.

Unión de subsistemas

En la realidad un proceso de identificación de sistemas es tan complicado que no se puede escribir un modelo matemático sin problemas. Normalmente el proceso se divide en pequeños procesos, los cuales se pueden manejar de manera matemática y luego se unen, dando como resultado el modelo del sistema completo.
En este caso el diagrama en bloques es una excelente ayuda, ya que las conexiones en serie, paralelo y de realimentación son manejables y con ello se puede obtener el modelo resultante de un proceso complejo.

Diagramas de bloques. Algebra de bloques.
Un sistema complejo puede ser representado como la unión gráfica de pequeños subsistemas en un diagrama en bloques.





Formas de Regulación.

Después de la Revolución Industrial, surgió la pregunta sobre que tipo de regulación utilizar y de ahí, cuáles sistemas de control. Para apreciar esto podemos dividirlo en tres partes:

1. La regulación manual o automática
2. La regulación constante o de seguimiento
3. Los sistemas de control de lazo abierto y de lazo cerrado

Regulación manual o automática.

Este tipo de regulación se basa en la disyuntiva de si de alguna forma directa el ser humano cambia o ajusta las variables del sistema o no, teniendo en cuenta las condiciones. En el ejemplo del tanque de agua, el primero es de regulación *manual* mientras que el segundo es de regulación *automática.* Ya que en el primer caso, una persona debe abrir la válvula o cerrarla según convenga; en tanto que, el flotador del segundo tanque abre y cierra automáticamente la válvula de entrada para llenar el tanque.

Regulación constante o de seguimiento

En una regulación *constante*, el parámetro dado no cambia ni se altera, se mantiene sin importar lo que sucede a su alrededor, como en el caso del tanque de agua con flotador, ya que llenará el tanque cada vez que se empiece a vaciar. En el caso de una regulación *de seguimiento*, la persona que abre la válvula para el sistema de riego, observa que tan seca está la tierra (la cantidad de agua que puede necesitar) también la cantidad de agua que puede usar, sin ocupar más agua de la necesaria , ni dejar la válvula abierta en caso de que no haya agua en el depósito.

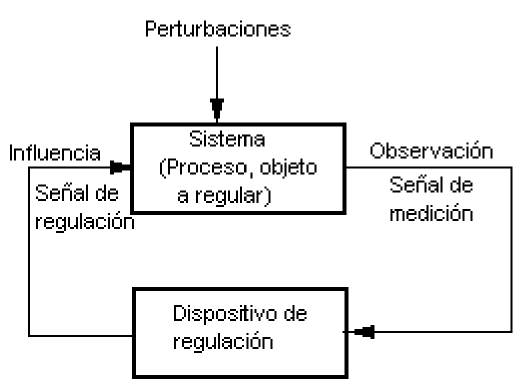
Sistema de control de lazo abierto y de lazo cerrado.

Consideremos un sistema de regulación como el indicado por el siguiente diagrama en bloques:

La influencia va del dispositivo de regulación hasta el objeto a regular. El dispositivo de regulación no tiene ninguna posibilidad de observar lo que verdaderamente pasa en el objeto a regular, sino que debe basar sus cambios en la información *a priori* de las características del objeto(proceso). Este tipo de sistema abierto(sistema de control a lazo abierto, *open loop control system*) tiene en la mayoría de las situaciones reales desventajas obvias:

- Las características del objeto de regulación no son conocidas al detalle, lo cual trae consigo que los cambios hechos den resultados distintos a los deseados (producidos por una manipulación errónea del modelo proceso).
- El objeto de regulación es influido no solamente por el dispositivo de regulación sino también, de manera no controlable, por perturbaciones del medio, lo cual lleva a efectos que contradicen y cambian la regulación.

Partiendo del razonamiento arriba mencionado, podemos llegar a la conclusión de que una regulación satisfactoria, en general, demanda observación de lo que realmente pasa en el objeto a regular y que las medidas de regulación se modifiquen y ajusten a las observaciones hechas. Hemos entonces llegado a un sistema de regulación cerrado (sistema de control de lazo cerrado, *closed loop control system*) como se ilustra a continuación:

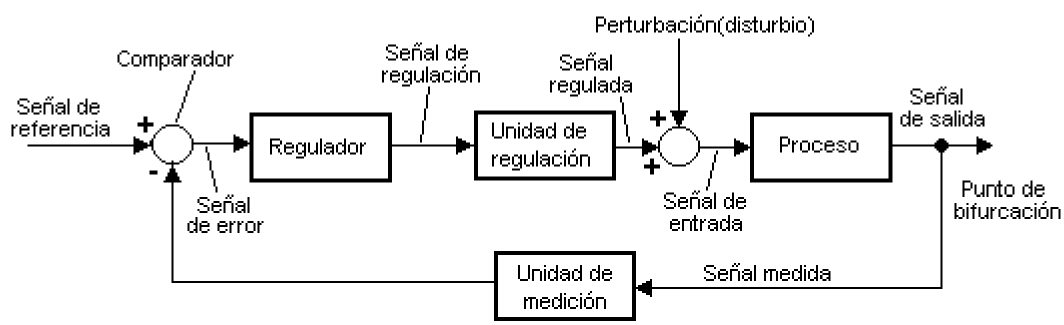


Componentes y Definiciones de un Diagrama de Bloques.

Para la ingeniería de control, la forma descriptiva de ver un sistema es con base en un diagrama de bloques, donde las variables controlables y las no controlables, se representan con flechas; en tanto que los bloques o cajas representan el proceso, el mecanismo de regulación, de medición y demás dispositivos del sistema.
Al proceso se le ha denominado *planta*, que surge de la influencia del idioma inglés en la terminología del área de la ingeniería de control. El término mencionado se refiere a una serie de procesos que componen ciertos tipos de industria; por ejemplo, el metalizado de tapones de plástico. Los tapones se fabrican en alguna instalación industrial, se transportan a una **planta** de metalizado y regresan cuando se ha completado el proceso de metalizado.
Otro concepto que admite aclaración es el de **regulador**, del inglés *regulator* que en textos provenientes del francés se traduce de la palabra *correcteur* como **corrector** y en algunos otros casos se interpreta como **controlador** (*controller*). Esta última forma se utiliza cuando se modela y estudian los sistemas de control partiendo de funciones de espacio de estado por lo que podemos determinar que el término ***regulador*** es el más adecuado para los sistemas monovariables que se analizan en este curso.
En el diagrama de bloques se puede apreciar directamente si el sistema es de lazo abierto(sin regulador automático) o de lazo cerrado(con regulador automático), así también, se puede saber el tipo de proceso, de regulador en caso dado, la señal de regulación y los otros componentes del sistema.

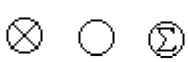
Componentes de un lazo de control.

Un lazo de control tiene como componentes básicos, los indicados a continuación



Componentes de un lazo de control

Comparador



En este tipo de componentes las señales deseadas son "comparadas", dando como resultado la diferencia o la adición de señales. También es conocido como punto de suma o diferencia.

Bloque

En los bloques serepresentan las partes del sistema sin entrar en detalles

Además de estos componentes, se tienen las señales que indican el tipo de variable de que se trata y dentro de los bloques se informa el tipo de componente del sistema que se tiene.

Señales

Valor de referencia	También conocida como *valor de ajuste o valor guía*, entrega al Sistema de control el valor deseado de la variable regulada.
Error	También conocida como *variación en la regulación*, entrega al regulador la diferencia entre el valor deseado y el valor real de la variable controlada.
Señal de regulación	Es la señal que envía el regulador sobre el dispositivo que ejecuta la acción de control.
Entrada	Señal que efectúa el cambio en el proceso.
Perturbación	Son señales no controladas, que provocan cambios en la señal de salida.
Salida	También conocida como *señal controlada o valor real*, indica el valor actual que tiene la señal que se está controlando.

Bloques

Regulador	Dispositivo mecánico, electrónico o computacional que después de recibir la señal de comparación aumenta o disminuye la señal de regulación.
Unidad de regulación	Dispositivo que ejecuta la acción de regulación. Se le llama actuador.
Proceso	También conocido como *objeto a regular o planta*, recibe modificaciones adecuadas entre las señales de entrada y salida.
Unidad de medición	Sensa la variable a medir y adecua la señal de salida. Se trata de los sensores, los transductores, el acondicionamiento de señales y la presentación de datos.

Aplicaciones de la ingeniería de Control.

Las aplicaciones de la ingeniería de Control, aparecen en casi todas las áreas de la ingeniería, por ejemplo:

- *Medicina y bioingeniería:* Modelado y regulación de equipo médico y terapéutico. Control de prótesis. Aplicación de utensilios técnicos para la agricultura como base para procesos biológicos en plantas y animales.
- *Control de vehículos:* Autopilotos para barcos y aviones. Sistemas de navegación. Sistemas automáticos de aterrizaje. Regulación de motores y máquinas para el consumo económico de combustible y de baja emisión. Sistemas activos de membranas. Tráfico.
- *Instrumentación.* Comunicación de operaciones. Medición inteligente. Interconexión entre funciones de regulación manual y automática.
- *Sistema armamentista.* Búsqueda y seguimiento del blanco. Dirección de cañones y sistemas de radar. Control de robots.
- *Ingeniería ambiental.* Ventilación y aire acondicionado. Modelos para procesos ecológicos. Control de procesos de saneamiento de desperdicios tóxicos.
- *Industria del proceso.* Regulación y control de procesos dentro de minas . papel, tala de árboles, ingeniería química. Regulado de máquinas en la industria papelera, del metal, columnas de destilación, reactores, etc.
- *Ingeniería espacial.* Lanzamiento de satélites. Control de naves espaciales. Navegación autónoma.
- *Industria de la producción.* Sistema flexible de manufactura. Desarrollo de productos para transporte y manejo, así como video o audio y otras áreas de uso doméstico.
- *Industria de manufactura.* Automatización. Control y regulación de máquinas herramientas(CAD/CAM). Robots industriales y manipuladores. Montacargas automáticos. Elevadores.