

Fig. 25. Error actuante con entradas escalón y rampa unitario.

Conclusión.

Del estudio teórico realizado y de los ejemplos desarrollados, puede concluirse que el tratamiento del error en régimen permanente puede efectuarse con el error verdadero o con el error actuante. Ambos errores aportan informaciones equivalentes, debiendo tenerse presente que en un caso la salida del sistema es la "salida verdadera" $C(s)$ y en el otro la salida del sistema es "la medición".

Desde el punto de vista del ingeniero en control o del instrumentista, quizá el error actuante sea más adecuado, ya que en la práctica la salida verdadera no se conoce, salvo a través de su medición, lo que representa considerar la misma como formando parte de la cadena directa, y al sistema como de realimentación unitaria.

De acuerdo a la figura 24 desde la salida de medición a la entrada de referencia el sistema es de "tipo 1", con lo cual podemos afirmar que en estas condiciones el sistema tendrá error actuante nulo al escalón y constante a la rampa. Sobre la base de lo indicado los coeficientes de error son:

$$c.e.e. = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = \infty$$

$$c.e.r. = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s) = \frac{AK_{p2}}{K_t} = \frac{10 \times 0.7}{1} = 7$$

El error actuante en estacionario es.

$$e_a^{(\infty)}_{escalón} = \frac{1}{1 + c.e.e.} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$e_a^{(\infty)}_{rampa} = \frac{1}{c.e.r.} = \frac{1}{7} = 0.143$$

Conclusión:

Los cálculos precedentes indican que al excitar en la referencia con un escalón unitario de 1rad, la salida de medición del sistema se posiciona en 1 rad. Esto da lugar a un error actuante de 0 rad. Cuando se excita con una rampa unitaria la salida de medición es una rampa paralela a la de referencia, de manera que el error actuante es de 0.143.

Empleando Simulink puede obtenerse el error actuante en función del tiempo, y en especial el referido error para comportamiento en régimen estacionario. Ver figura 25.

Empleando Simulink puede obtenerse el error verdadero en función del tiempo, y en especial el referido error para comportamiento en régimen estacionario. Ver figura 23:

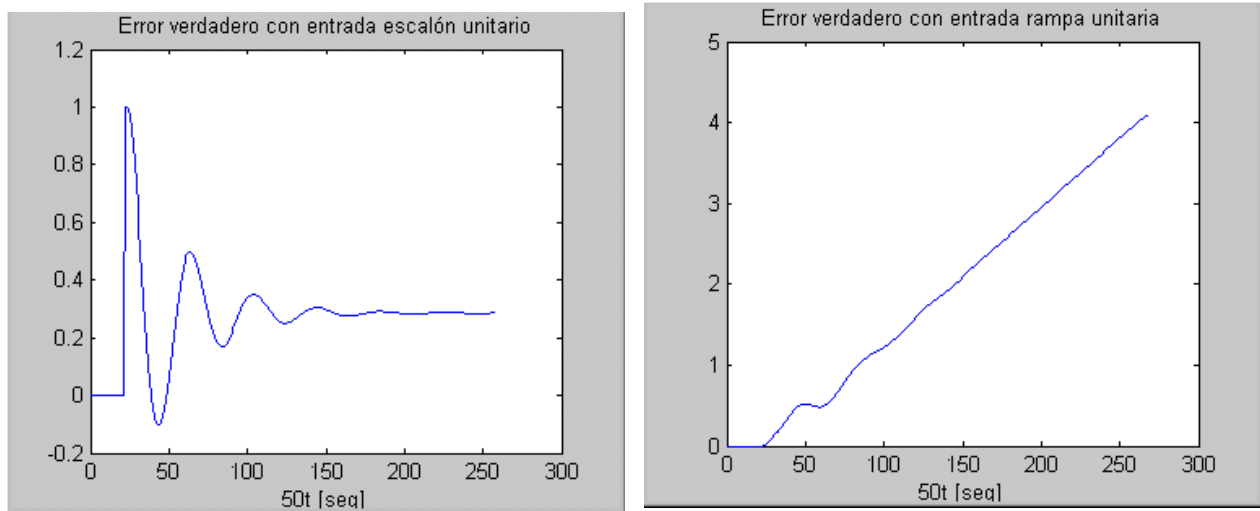


Figura 23. Error verdadero con entradas escalón y rampa unitario

3 b) Error actuante.

Cuando consideramos el error actuante, la salida del sistema es la señal de medición, como se indica en el diagrama en bloques de la figura 24. Previamente se introduce dentro del esquema de bloques la transferencia del acondicionador de referencia, en este caso la constante 0.5 [V/rad]

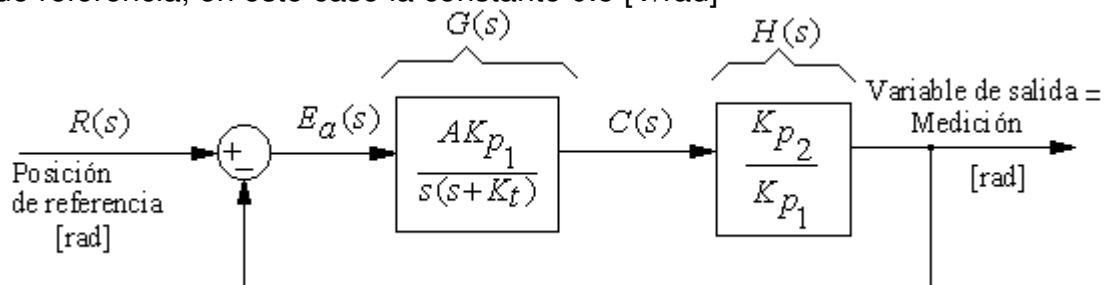


Figura 24. Diagrama en bloques indicando como salida la medición.

Resolviendo el lazo interno, obtenemos el diagrama de la figura 22:

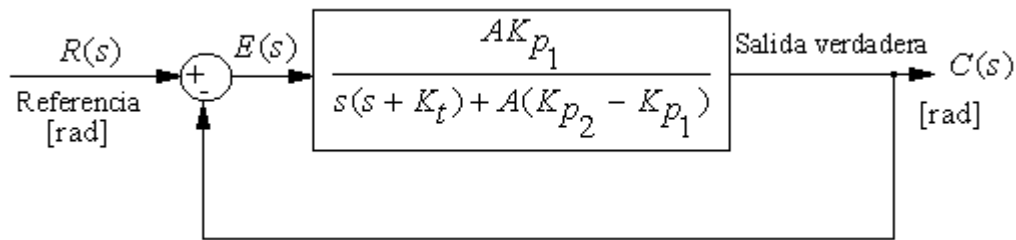


Figura 22. Diagrama equivalente indicando la salida y el error verdadero.

El sistema, considerando como “variable de salida la verdadera” es de “tipo 0”, con lo cual los coeficientes de error son:

$$c.e.e = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{K_{p1}}{K_{p2} - K_{p1}} = \frac{0.5}{0.2} = 2.5$$

$$c.e.r. = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 0$$

El error verdadero en régimen permanente es:

$$e^{(\infty)}_{escalón} = \frac{1}{1 + c.e.e.} = \frac{1}{3.5} = 0.286$$

$$e^{(\infty)}_{rampa} = \frac{1}{c.e.r.} = \infty$$

Conclusión:

Los cálculos precedentes indican que al excitar en la referencia con un escalón unitario de 1rad, el sistema, tomando como salida la verdadera se comporta como de “tipo cero” y, la salida verdadera del sistema se posiciona en 0.714 rad. Esto da lugar a un error verdadero de 0.286 rad.

Ejemplo 3. Planta de segundo orden con inercia pura.

Sea la planta de segundo orden con inercia pura indicada en la figura 20.

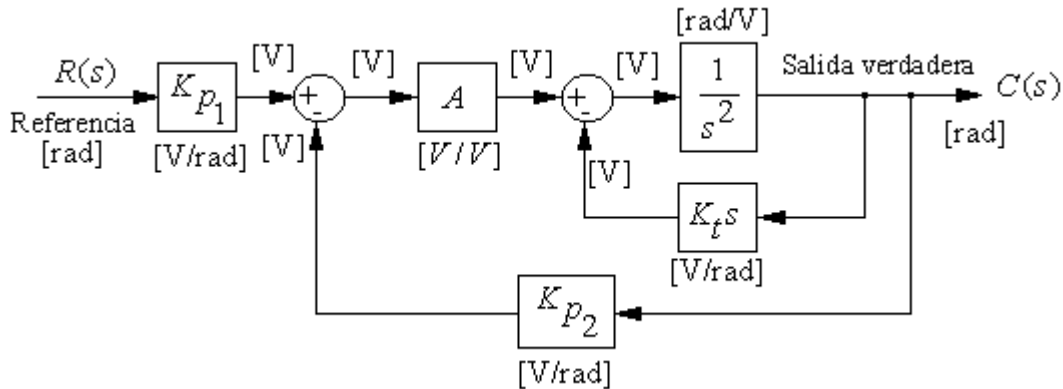


Figura 20. Planta de 2º orden con inercia pura.

A los fines de analizar el comportamiento de los errores, sintonizaremos el lazo con los siguientes valores:

- A=10 [V/V]
- Kp1=0,5 [V/rad]
- Kp2=0,7[V/rad]
- Kt=1[V/rad/seg.]

3 a) Error Verdadero.

En este caso el diagrama en bloques conviene expresarlo como indica la figura 21, donde se explicitan el error verdadero y la salida verdadera.

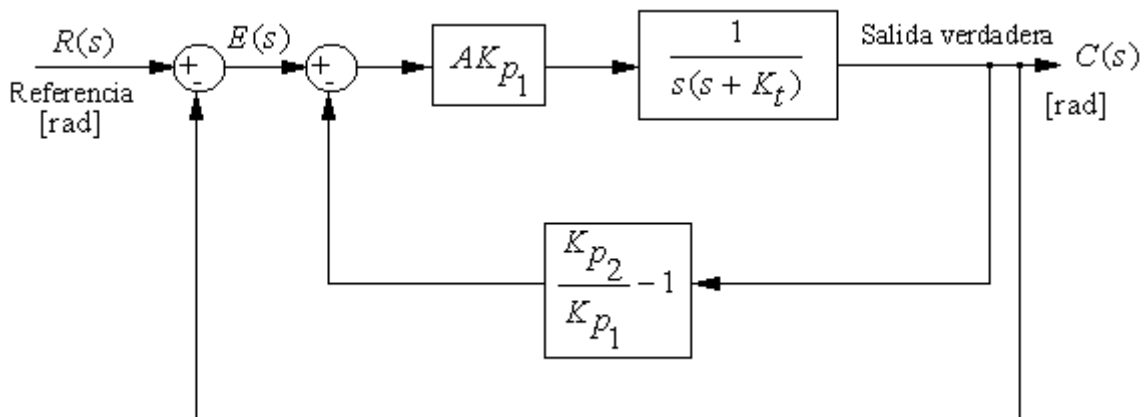


Figura 21. Sistema equivalente indicando salida y error verdadero

$$c.e.e_{escalón} = K_0 = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = \frac{0.2 \times 12}{0.2 \times 0.05 \times 10} = 24$$

$$c.e.r_{rampa} = K_1 = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s) = 0$$

Los errores actuantes en estacionario son:

$$e_a^{(\infty)}_{escalón} = \frac{1}{1 + K_0} = \frac{1}{1 + 24} = 0.04$$

$$e_a^{(\infty)}_{rampa} = \frac{1}{K_1} = \frac{1}{0} = \infty$$

Conclusión:

Los cálculos precedentes indican que al excitar en la referencia con un escalón unitario de 1°C , la salida de medición del sistema se posiciona en 0.96°C . Esto da lugar a un error actuante de 0.04°C .

Empleando Simulink puede obtenerse el error actuante en función del tiempo, y en especial el referido error para comportamiento en régimen estacionario. Ver figura 19:

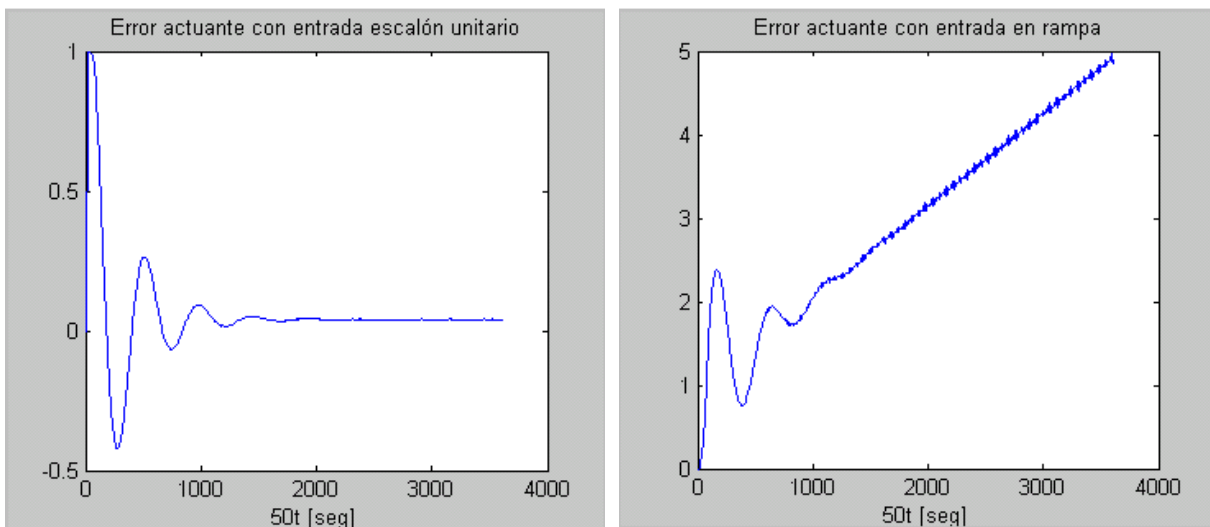


Figura 19. Error actuante para entrada escalón y rampa unitarios

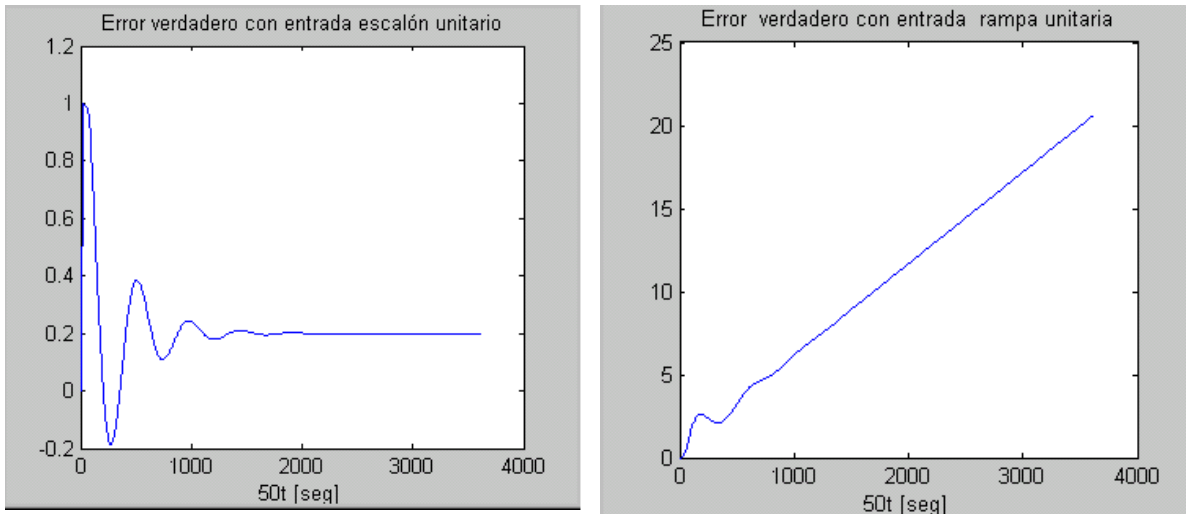


Figura 17. Error verdadero para escalón y rampa unitarios.

2 b) Error actuante

Cuando consideramos el error actuante, la salida del sistema es la señal de medición, como se indica en el diagrama en bloques de la figura 18. Previamente se introduce dentro del esquema de bloques la transferencia del acondicionador de referencia, en este caso la constante 0.4 [V/°C]

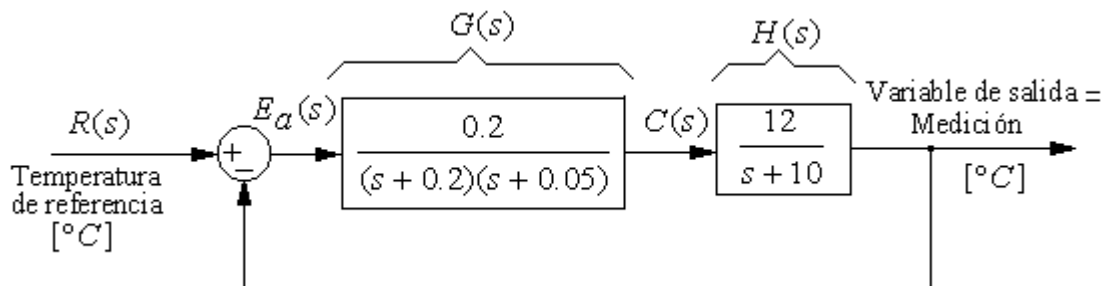


Figura 18. Diagrama en bloques indicando como salida la medición.

De acuerdo a la figura 18 desde la salida de medición a la entrada de referencia el sistema es de "tipo 0", con lo cual podemos afirmar que en estas condiciones el sistema tendrá error actuante constante al escalón.

Los coeficientes de error son:

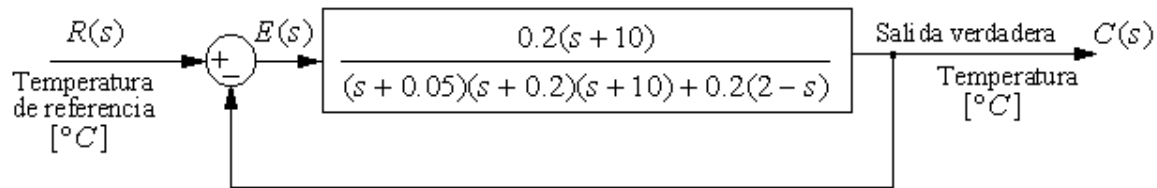


Figura 16. Diagrama equivalente de realimentación unitaria con la salida verdadera.

Tomando como salida la variable verdadera, el sistema resulta ser de “tipo cero”, es decir que seguirá con error verdadero constante a una entrada escalón y no seguirá a una entrada rampa.

Los coeficientes de error son:

$$c.e.e_{escalón} = K_o = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{0.2 \times 10}{0.05 \times 0.2 \times 10 + 0.2 \times 2} = 4$$

$$c.e.r_{rampa} = K_1 = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 0$$

Los errores verdaderos en estacionario están dados por:

$$e^{(\infty)}_{escalón} = \frac{1}{1 + K_o} = \frac{1}{1 + 4} = 0.20$$

$$e^{(\infty)}_{rampa} = \frac{1}{K_1} = \frac{1}{0} = \infty$$

Conclusión:

Los cálculos precedentes indican que al excitar en la referencia con un escalón unitario de 1°C, el sistema se comporta como de “tipo cero” y, la salida verdadera del sistema se posiciona en 0.8 °C. Esto da lugar a un error verdadero de 0.2 °C.

Empleando Simulink puede obtenerse el error verdadero en función del tiempo, y en especial el referido error para comportamiento en régimen estacionario. Ver figura 17:

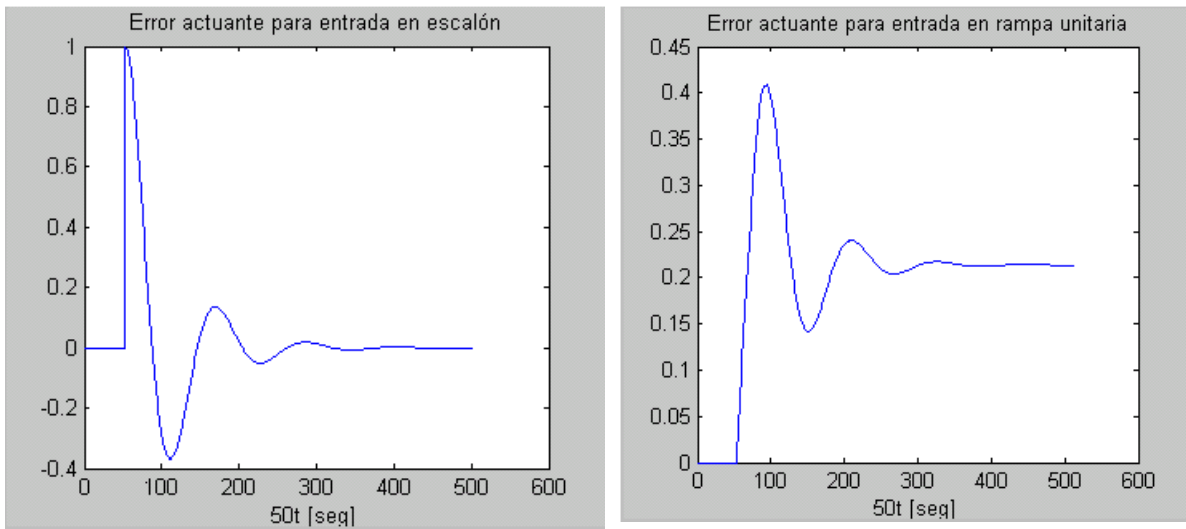


Figura 14. Error actuante al escalón y rampa unitarios.

Ejemplo 2. Control de temperatura.

Sea el sistema de control de temperatura indicado en la figura 15.

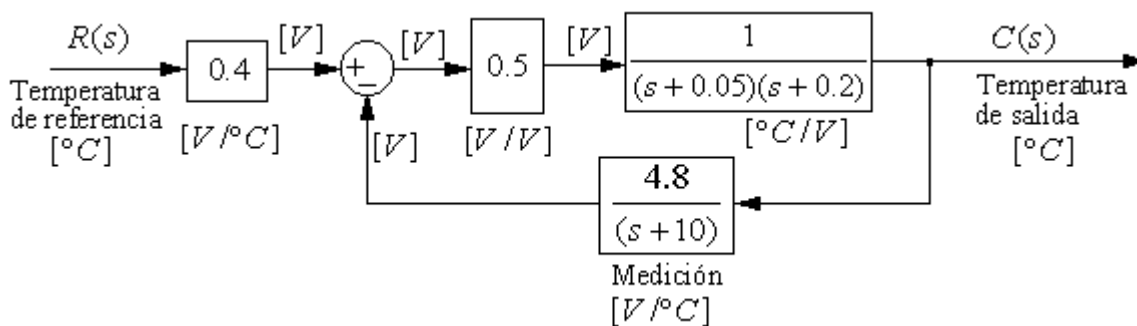


Figura 15. Control de temperatura.

2 a) Error verdadero.

En este caso el diagrama en bloques conviene expresarlo como indica la figura 16, donde se explicitan el error verdadero y la salida verdadera.

$$c.e.e_{escalón} = K_o = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = \frac{1}{0} = \infty$$

$$c.e.r_{rampa} = K_1 = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s) = \frac{KK_p2}{1.7} = 4.68$$

$$c.e.p_{parábola} = K_2 = \lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s)H(s) = 0$$

Los errores actuantes en estado estacionario son:

$$e_a^{(\infty)}_{escalón} = \frac{1}{1 + K_o} = \frac{1}{1 + \infty} = 0$$

$$e_a^{(\infty)}_{rampa} = \frac{1}{K_1} = \frac{1}{4.68} = 0,21$$

$$e_a^{(\infty)}_{parábola} = \frac{1}{K_2} = \frac{1}{0} = \infty$$

Conclusión.

Considerando como "salida del sistema a la medición", puede decirse que el mismo se comporta como de tipo uno y, que en este caso el mismo sigue a un escalón con error actuante nulo, a una rampa con error actuante constante y no sigue a una parábola.

En forma gráfica (empleando Simulink), se obtiene la respuesta temporal para entrada escalón y rampa, donde se puede observar el error actuante en función del tiempo y, en especial para régimen estacionario. Ver figura 13.

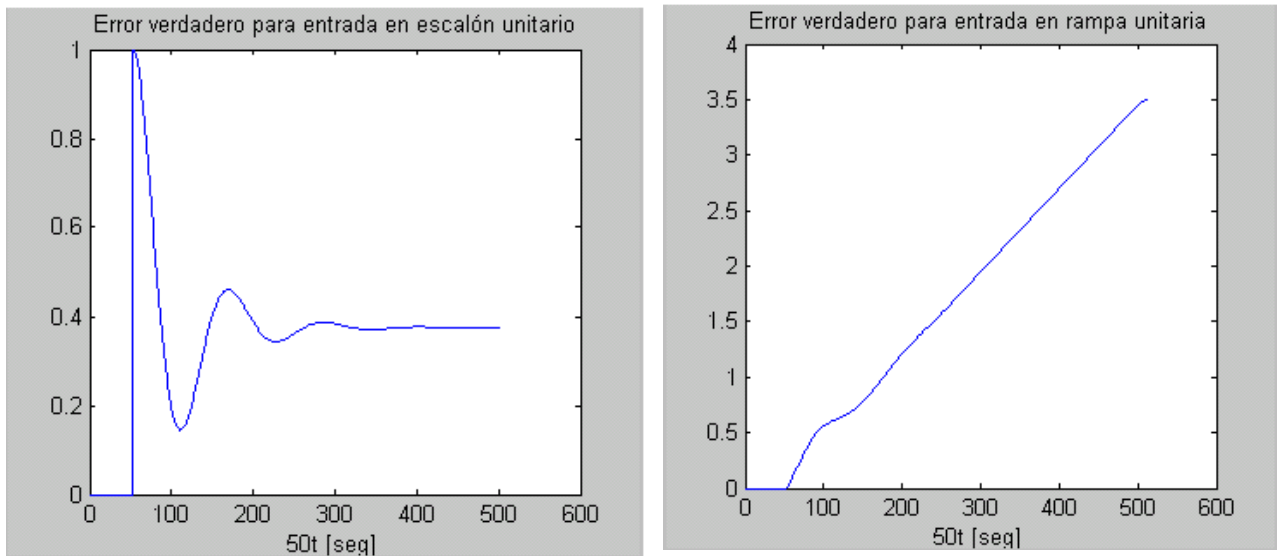


Fig. 12. Error verdadero para entrada escalón y rampa unitarios.

1 b) Error actuante.

Cuando consideramos el error actuante, la salida del sistema es la señal de medición, como se indica en el diagrama en bloques de la figura 13

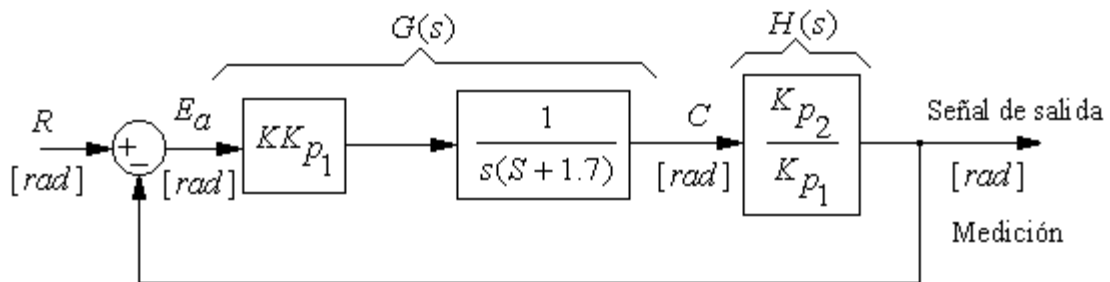


Figura 13. Diagrama en bloques indicando como salida la medición.

De acuerdo a la figura 13 desde la salida de medición a la entrada de referencia el sistema es de "tipo 1", con lo cual podemos afirmar que en estas condiciones el sistema tendrá error actuante nulo al escalón y constante a la rampa.

Los coeficientes de error son:

De acuerdo a la figura 11, el sistema desde la salida verdadera a la entrada de referencia, es de “tipo cero” con lo cual podemos afirmar que el sistema tiene error verdadero constante al escalón unitario e infinito a la rampa unitaria.

Los coeficientes de error son:

$$c.e.e. = K_0 = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{K_{p1}}{K_{p2} - K_{p1}} = 1,67$$

$$c.e.r. = K_1 = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 0$$

Luego los “errores verdaderos” en estacionario son:

$$e^{(\infty)}_{escalón} = \frac{1}{1 + K_0} = \frac{1}{2,67} = 0,37$$

$$e^{(\infty)}_{rampa} = \frac{1}{K_1} = \infty$$

Conclusión:

Aplicando un escalón de amplitud 1rad. en la entrada, la salida (posición verdadera del eje del motor) en estacionario termina en un escalón de amplitud 0,63 rad, con un error verdadero de 0,37 rad.

Aplicando una rampa unitaria en la entrada, la salida (posición verdadera del eje del motor) en estacionario, termina en una rampa de menor pendiente, por eso el error verdadero es infinito.

El sistema de control considerado, tomando como salida verdadera a la variable $C(t)$, se comporta como de tipo cero y puede decirse que el mismo: sigue a un escalón con error verdadero constante y no sigue a una rampa.

Empleando Simulink puede obtenerse el error verdadero en función del tiempo, y en especial del referido error para comportamiento en régimen estacionario. Ver figura 12:

Análisis del error verdadero y actuante para algunos sistemas reales.

Ejemplo1. Control de posición angular con motor de CC.

Sea el sistema de control de posición basado en un motor de CC, como el indicado en la figura 10.

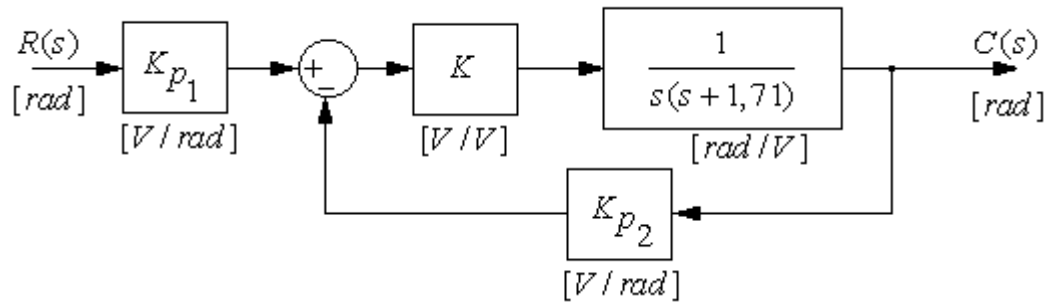


Figura10. Diagrama en bloques del control de posición.

A los fines de determinar el comportamiento en estacionario, adoptaremos los siguientes valores para los parámetros:

- K : Ganancia del amplificador: $10[V/V]$
- K_{p1} : Cte. potenciómetro de entrada: $0.5 [V/rad]$
- K_{p2} : Cte. potenciómetro de salida: $0.8 [V/rad]$

1 a) Error verdadero.

En este caso el diagrama en bloques conviene expresarlo como indica la figura 11, donde se explicitan el error verdadero y la salida verdadera.

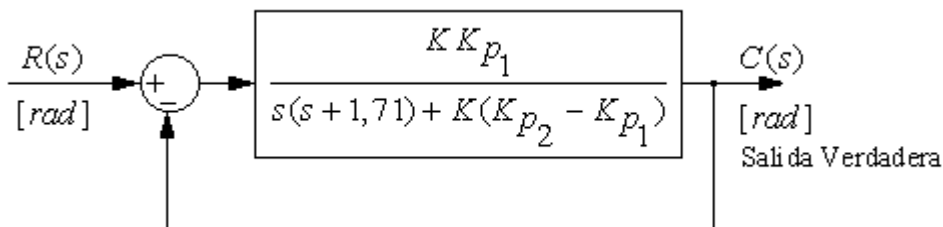


Fig. 11. Diagrama equivalente de realimentación unitaria con la salida verdadera.